

## POREDENJE ALGORITAMA ZA CS REKONSTRUKCIJU SLIKE COMPARISON OF THE ALGORITHMS FOR CS IMAGE RECONSTRUCTION

Milica Medenica, Sanja Zuković, Andjela Draganić, Irena Orović, Srdjan Stanković, *Elektrotehnički fakultet*

**Sadržaj:** U ovom radu je prikazano poređenje algoritama za rekonstrukciju kompresivno odabranih 2D signala. Kompresivno odabiranje je novi pristup očitavanju signala koji ima za cilj da smanji potrebe za resursima u realnim digitalnim sistemima (broj senzora, memoriju, i slično). Ovaj metod omogućava analizu signala korišćenjem nepotpunog seta slučajno uzetih odbiraka. Korišćenjem veoma kompleksnih matematičkih algoritama omogućena je rekonstrukcija kompresivno odabranih signala korišćenjem sasvim malog skupa slučajnih odbiraka, pod uslovom da signal zadovoljava neke unaprijed definisane uslove. U radu je predstavljeno poređenje performansi tri algoritma za CS rekonstrukciju slike. Kvalitet rekonstrukcije je dat odnosom signal-šum, a mjereno je i vrijeme izvršavanja opisanih algoritama.

**Abstract:** This paper presents comparison of algorithms for compressive sampling reconstruction of 2D signals. Compressive sensing is a new signal sensing approach aiming to decrease the requirements for resources in real digital systems (number of sensors, memory requirements, etc.). This method provides signal analysis, using small set of randomly chosen samples. Based on very complex mathematical algorithms it is possible to reconstruct the compressive sensed signals using just a small number of randomly chosen samples, under the assumption that certain conditions are satisfied. Performances of three algorithms for CS image reconstruction are presented in the paper. Reconstruction quality is measured with signal to noise ratio, and execution time of the described algorithms is given, as well.

### 1. UVOD

Standardni pristup obradi signala zasniva se na odabiranju signala u skladu sa Shannon-Nyquist-ovom teoremom o odabiranju. Ova teorema zahtijeva da se signal odabira sa frekvencijom koja je barem dva puta veća od najveće frekvencije u signalu, ukoliko želimo rekonstrukciju signala sa velikom tačnošću. Odabiranje signala na ovaj način zahtijeva značajne resurse za smještanje i prenos podataka, pa se javlja potreba za kompresijama signala. Posljednjih godina intenzivno se razvijaju alternativni načini za odabiranje signala, zasnovani na metodu poznatom pod nazivom Compressive Sensing (CS) [1]-[6]. Metoda CS je nova metoda snimanja i predstavljanja signala uz odabiranje koje je znatno ispod Nyquistove frekvencije. Ova metoda omogućava rekonstrukciju signala sa velikom tačnošću, uprkos smanjenju broja odbiraka, ukoliko signal zadovoljava unaprijed definisane uslove. Naime, signal mora imati rijetku predstavu u nekom domenu (Fourier-ovom, wavelet domenu, domenu diskretne kosinusne transformacije, vremenskom domenu i slično). Drugi uslov koji CS zahtijeva je da procedura mjerenja bude definisana na način na koji će se iz malog broja uzetih odbiraka signala omogućiti njegova uspješna rekonstrukcija. Da bi se signal uspješno rekonstruisao iz malog broja uzetih odbiraka, neophodno je koristiti moćne matematičke aparate (tzv. optimizacione algoritme). Opisani pristup našao je primjenu u mnogim poljima obrade signala i kodiranja.

U ovom radu analizirana je mogućnost primjene CS metoda za rekonstrukciju 2D signala [7]-[11]. Posmatrane su slike koje se javljaju u svakodnevnom životu, kao i neke medicinske slike. Važno je napomenuti da većina slika nema

rijetku predstavu niti u prostornom niti u domenu frekvencija. Kako je rijetkost signala u nekom domenu neophodan uslov da bi se CS metod mogao primijeniti, razvijeni su alternativni algoritmi koji omogućavaju CS rekonstrukciju signala koji nijesu idealno rijetki. Rekonstrukcija 2D signala koristi metod totalne varijacije [1], [12] u cilju dobijanja gradijenta koji će imati rijetku predstavu u nekom transformacionom domenu.

U radu su opisana tri algoritma za rekonstrukciju slike. Data je analiza kvaliteta rekonstrukcije u zavisnosti od broja odbiraka koji se uzimaju za rekonstrukciju, a mjereno je i vrijeme izvršavanja pojedinih algoritama.

Rad je podijeljen u 5 sekcija. U drugoj sekciji je dat teorijski osvrt na intenzivno razvijani CS metod za obradu signala, objašnjena su svojstva na koja se oslanja pomenuta metoda i opisan je postupak uzimanja odbiraka. U trećoj sekciji dat je osvrt na korišćene algoritme za rekonstrukciju slike, dok su eksperimentalni rezultati opisanih algoritama prikazani u četvrtoj sekciji. U petoj sekciji dati su zaključci koji se odnose na mogućnost primjene opisanih algoritama u zavisnosti od vrste slike, željenog kvaliteta rekonstrukcije kao i vremena izvršavanja.

### 2. COMPRESSIVE SENSING

Realni, konačni, jednodimenzionalni signal  $x$  moguće je prikazati kao vektor kolonu dimenzija  $N \times 1$  u prostoru  $\mathbf{R}^N$  (gdje je  $N$  vektor realnih brojeva). Takav signal može se predstaviti u obliku [1]-[5]:

$$x = \sum_{i=1}^N s_i \psi_i = \psi s \quad (1)$$

gdje je  $\Psi$  matrica transformacionog domena, čije su dimenzije  $N \times N$ , a  $s$  vektor transformacionih koeficijenata. Vektori  $x$  i  $s$  su ekvivalentne reprezentacije istog signala u vremenskom (prostornom) i  $\Psi$  domenu.

Da bi se CS metod mogao primijeniti na neki signal, sljedeći uslovi treba da budu zadovoljeni: signal treba da je rijedak, što podrazumijeva da se u nekom domenu može predstaviti malim brojem nenultih koeficijenata. Upravo taj mali broj koeficijenata sadrži dovoljno informacija o signalu, pa se izbjegava potreba za kompresijom. Drugi potreban uslov za primjenu CS metoda je inkoherenција. Inkoherenција se odnosi na proceduru mjerenja, i ukoliko je zadovoljena, omogućava uspješnu rekonstrukciju signala iz malog broja uzetih odbiraka. Signali u velikom broju aplikacija zadovoljavaju ova svojstva, pa je oblast primjene CS-a široka.

Odabiranje signala (prikupljanje odbiraka signala) u CS proceduri naziva se mjerenje signala. Obično je broj mjerenja  $M$  koja su potrebna za rekonstrukciju signala mnogo manji od ukupnog broja odbiraka signala  $N$ , tj. važi  $M \ll N$ . Niz ovakvih mjerenja  $y$  dobija se množenjem matrice mjerenja  $\Phi$  sa vektorom  $x$ , što se može opisati formulom [1], [11], [12]:

$$y = \phi x. \quad (2)$$

Iz formula (1) i (2)  $y$  slijedi:

$$y = \phi x = \phi \psi s = \theta s. \quad (3)$$

Matrica  $\theta = \phi \psi$  predstavlja CS matricu dimenzija  $M \times N$ . Od mjerenja  $y$  potrebno je rekonstruisati signal. Dok je proces uzimanja odbiraka vrlo jednostavan, proces rekonstrukcije signala uključuje složene proračune. Naime, sistem (3) je neodređeni sistem jednačina i u cilju dobijanja jedinstvenog rješenja ovog sistema, koriste se složeni optimizacioni algoritmi. Često korišćeni optimizacioni metod je  $l_1$  minimizacija:

$$s = \min \|s\|_{l_1} \text{ odgovara } y = \theta s \quad (4)$$

### 3. ALGORITMI ZA REKONSTRUKCIJU SLIKE

Digitalne kamere snimaju ogromnu količinu informacije, a zatim vrše kompresiju slike. Kompresija podrazumijeva odbacivanje velikog broja već prikupljenih podataka, tj. odbiraka koji imaju nulte ili vrijednosti koje su bliske nuli. CS metod omogućava uštedu energije i memorije, tako što prilikom prikupljanja podataka snima manju količinu istih. Pomenuli smo da se za rekonstrukciju signala od prikupljenih odbiraka koriste složeni algoritmi, od kojih je najčešće korišćena  $l_1$  minimizacija. Međutim, kako slika nema striktno rijetku reprezentaciju ni u jednom transformacionom domenu kvalitet rješenja dobijenog  $l_1$  minimizacijom nije zadovoljavajući. Zbog toga se za rekonstrukciju 2D signala obično koristi metoda minimizacije totalne varijacije (TV) [7]-[13]. TV signala  $s$  predstavlja sumu amplituda gradijenta, u svakoj tački  $(i,j)$  i može se opisati formulom:

$$\|s\|_{TV} = \sum_{i,j} |(\nabla s)_{ij}|, \quad (4)$$

gdje  $\nabla$  predstavlja operator diferenciranja, tj. aproksimaciju gradijenta za piksel na poziciji  $(i,j)$  i opisan je formulom:

$$\nabla_{i,j} s = \begin{bmatrix} s(i+1, j) - s(i, j) \\ s(i, j+1) - s(i, j) \end{bmatrix} \quad (5)$$

Diskretna forma TV-a se može opisati kao:

$$TV(s) = \sum_{i,j} \sqrt{(s_{i+1,j} - s_{i,j})^2 + (s_{i,j+1} - s_{i,j})^2}, \quad (6)$$

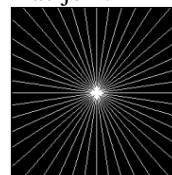
dok se minimizacioni problem korišćenjem TV-a može predstaviti u sljedećem obliku:

$$\min_s TV(s) \text{ odgovara } y = \theta s \quad (7)$$

TV minimizacija omogućava pouzdanu rekonstrukciju signala, posebno daje dobre rezultate u uslovima kada je prisutan šum. U nastavku su opisana tri algoritma, korišćena za rekonstrukciju 2D signala u radu. Sva tri opisana algoritma uzimaju mjerenja iz domena frekvencija, a rješenje traže korišćenjem TV minimizacije.

*Algoritam 1:*

Ovaj algoritam uzima odbirke iz domena 2D Fourier-ove transformacije, korišćenjem maske u obliku zvijezde (Slika 1) [14]. U maski je moguće podesiti koliko ima linija, a samim tim, i koliko se koeficijenata 2D FT uzima u procesu mjerenja. Vektor mjerenja se dobija na osnovu linija koje pripadaju 2D FT maski, a slika se od uzetih koeficijenata rekonstruiše TV minimizacijom.



Slika 1: Maska za odabiranje

*Algoritam 2:*

U drugom algoritmu koji je posmatran u radu, odbirci signala se uzimaju iz domena 2D diskretne kosinusne transformacije (2D DCT), i to slučajnim putem. Slika se dijeli na blokove različitih dimenzija i iz svakog bloka se slučajnim putem uzima određeni broj koeficijenata koji će služiti kao vektor mjerenja u CS proceduri [1]. Slika se rekonstruiše blok po blok. U zavisnosti od veličine bloka kao i procenta koeficijenata koji se iz bloka uzimaju, kvalitet rekonstruisane slike će biti različit.

*Algoritam 3:*

U trećem algoritmu, mjerenja signala se uzimaju iz 2D DCT domena, ali tako da se uzima određeni procenat niskofrekvencijskih (NF) koeficijenata i određeni procenat srednjih (SF) ili visokih frekvencija (VF) slike [7], [12]. Slika se pretvara u vektor cik-cak preuređenjem i iz tako dobijenog vektora se uzima  $K_1$  NF koeficijenata, i  $K_2$  slučajno odabranih SF ili VF koeficijenata. Vektor mjerenja je opisan relacijom  $y = y_1 + y_2$ , gdje  $y_1$  predstavlja vektor NF koeficijenata, a  $y_2$  vektor SF ili VF koeficijenata slike. Od uzetih mjerenja slika se rekonstruiše korišćenjem relacije (7), tj. TV minimizacijom.

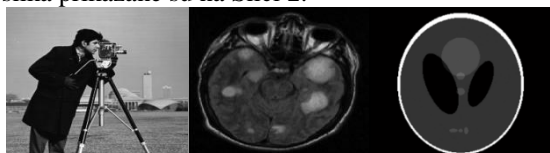
Kvalitet rekonstrukcije kod svih posmatranih algoritama se mjeri odnosom signal-šum, tj. PSNR-om (peak signal to noise ratio), koji je definisan formulom:

$$PSNR = 20 \log_{10} \frac{O_{\max}}{\sqrt{\frac{1}{MN} \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} [S_{orig}(i, j) - S_{rek}(i, j)]^2}},$$

(8) gdje je  $O_{max}$  maksimalna vrijednost osvjetljenja u slici,  $M$  i  $N$  su dimenzije slike, a  $S_{orig}$  i  $S_{rek}$  predstavljaju originalnu i rekonstruisanu sliku.

#### 4. EKSPERIMENTALNI REZULTATI

U narednom dijelu dati su eksperimentalni rezultati rekonstrukcije prethodno navedenim algoritmima. Posmatrane su slike „Cameraman“ i medicinske slike „Brain“ i „Phantom“. Slike su veličine 256 x 256 i originalne verzije ovih slika prikazane su na Slici 2.



Slika 2: Originalne slike *Cameraman*, *MRI Brain* i *Phantom*

##### A. Rekonstrukcija slike Algoritmom 1

Tabela 1: Rezultati simulacija za Algoritam 1

slika	broj linija L	vrijeme (s)	PSNR (dB)
Phantom	100	163,94	121,48
Phantom	22	577,69	48.8031
Phantom	15	578,28	34.4722
Phantom	10	505,45	20.1436
Cameraman	100	1078,8	33.2119
Cameraman	40	1025,2	25.8856
Cameraman	22	1123,2	22.6849
Cameraman	10	1102,9	19,8564

Mjerenja se uzimaju iz DFT domena, na način definisan DFT maskom. Iz DFT maske (Slika 1) uzimaju se koeficijenti sa radijalnih linija. Broj linija u DFT maski je korisnički definisan. U simulacijama je vršena promjena broja linija L u maski. Na Slici 3 prikazane su slike rekonstruisane korišćenjem podataka iz Tabele 2 (za L=10, L=22, L=100, respektivno).



Slika 3: Rekonstrukcija slike *Phantom* (gore) i *Cameraman* (dolje) za različit broj linija u DFT domenu

Za rekonstrukciju slike *Cameraman* neophodno je uzeti višestruko veći broj linija DFT maski (L=100), kako bi se dobio zadovoljavajući kvalitet rekonstruisane slike (PSNR>30dB). Za slike, poput *Phantom*-a, dovoljno je uzeti mali broj linija L iz Furijeovog domena kako bi se dobio zadovoljavajući kvalitet rekonstruisane slike (L=22).

##### B. Rekonstrukcija slike Algoritmom 2

U narednom dijelu pokazano je da je moguće dobiti rekonstruisanu sliku zadovoljavajućeg kvaliteta, uzimanjem

odbiraka iz DCT domena i rješavanjem TV minimizacionog problema. U cilju poboljšanja kvaliteta rekonstrukcije, slika je podijeljena na blokove.

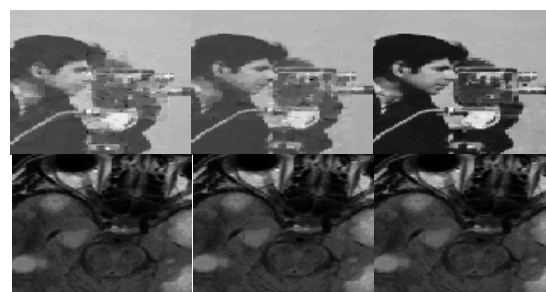
Tabela 2: Rezultati simulacija za algoritam 2, djeljenjem slike na blokove dimenzija nxn

slika	veličina bloka	mjerenja (%)	vrijeme (s)	PSNR (dB)
Cameraman	16x16	35	235.09	26.9894
	32x32		115.17	28.2634
	64x64		80.33	30.1655
	16x16	70	154.20	33.8066
	32x32		72.74	35.2401
	64x64		63.82	37.1667
MRI Brain	16x16	35	233.76	32.5143
	32x32		108.16	34.4819
	64x64		83.50	35.6922
	16x16	70	185.03	40.3012
	32x32		93.33	41.9663
	64x64		71.29	43.4082

Analizirane su veličine blokova 64x64, 32x32, 16x16. Iz svakog bloka uzima se 35% ili 70% koeficijenata a rezultati su dati u Tabeli 2. Rekonstruisane slike sa podjelom na različite veličine bloka date su na Slici 4. Rezultati su bolji za veće dimenzije bloka (za isti procentualni iznos uzetih mjerenja). Ovo se može objasniti time da duži signali (veći blokovi) imaju bolje izraženo „sparse“ svojstvo (svojstvo rijetkosti) od kraćih. Međutim, vrijeme izvršavanja je mnogo veće, što je nedostatak ovog načina rekonstrukcije jer otežava njegovu primjenu u realnom vremenu.

##### C. Rekonstrukcija slike Algoritmom 3

U Tabeli 3 prikazani su parametri korišćeni za rekonstrukciju slike Algoritmom 1:  $K1$  - broj NF koeficijenata,  $K2$  - broj VF koeficijenata i procenat uzetih mjerenja, kao i rezultati koji se rekonstrukcijom dobijaju – PSNR i vrijeme izvršavanja. Za fiksirane NF koeficijente mijenjan je broj VF koeficijenata, kao i za fiksiran broj VF koeficijenata, praćen je uticaj broja uzetih NF koeficijenata na rekonstrukciju slike. Na osnovu PSNR mjere može se ocijeniti kvalitet rekonstruisane slike. Vrijeme izvršavanja algoritma za rekonstrukciju manje je u slučaju MRI slika. Da bi se ovim algoritmom dobio zadovoljavajući kvalitet rekonstruisane slike mora se uzeti određeni broj NF koeficijenata. Pokazuje se da je ovaj broj NF koeficijenata manji u slučaju medicinskih slika.



Slika 4: Rezultati simulacija za algoritam 2, korišćenjem blokova 16x16, 32x32 i 64x64, respektivno, sa lijeva na desno. Rezultai su dati za 35% mjerenja iz bloka

Vrijeme izvršavanja algoritma predstavlja problem za primjenu ovog metoda u realnom vremenu. Analizom dobijenih rezultata, zaključuje se da se za rekonstrukciju MRI

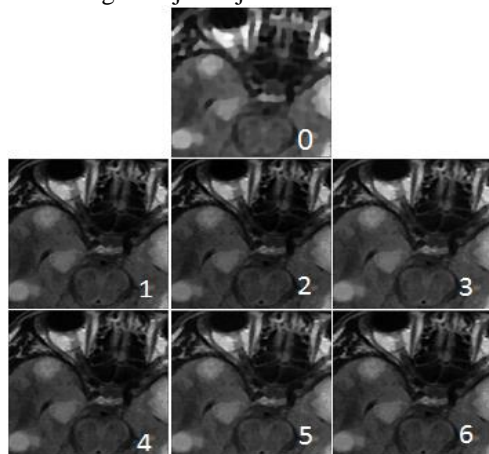
slike može uzeti manji procenat odbiraka nego za realnu sliku, kako bi se dobio zadovoljavajući kvalitet rekonstruisane slike. Na Slikama 5 i 6 date su rekonstruisane slike, u skladu sa parametrima iz Tabele 3. Nedostatak algoritma je neophodnost postojanja NF koeficijena slike, što bi značilo da se prilikom akvizicije signala ovi koeficijenti moraju snimiti i sačuvati.

Tabela 3: Rezultati simulacija za Algoritam 3

slika	K1 - NF	K2 - VF	mjerjenja (%)	vrijeme (s)	PSNR (dB)	slika br.
Cameraman	500	1500	12,20	81,92	24,09	0
	400	7792	50,00	49,80	32,98	1
		9430	60,00	56,31	35,21	2
		4398	30,51	85,57	28,37	3
	600	7592	50,00	48,02	32,98	4
		3998	30,51	85,07	28,37	5
7192		50,00	49,97	32,99	6	
Brain	500	1500	12,20	84,12	28,84	0
	400	7792	50,00	37,97	38,87	1
		9430	60,00	40,08	40,88	2
		4398	30,51	71,40	34,83	3
	600	7592	50,00	36,57	38,87	4
		3998	30,51	65,20	34,83	5
7192		50,00	40,32	38,87	6	



Slika 5: Rekonstruisana slika *Cameraman* za različite odnose NF i VF koeficijenata (zumirani region slike). Brojevi na slici odgovaraju brojevima u Tabeli 1



Slika 6: Rekonstruisana slika *MRI Brain* za različite odnose NF i VF koeficijenata. Brojevi na slici odgovaraju brojevima u Tabeli 1.

## 5. ZAKLJUČAK

U radu su opisana tri metoda za rekonstrukciju slike CS metodom. Kod svih opisanih algoritama mjerenja se uzimaju iz domena frekvencija, a rješenje se traži TV minimizacijom. Pokazano je da se za rekonstrukciju medicinskih slika može koristiti algoritam koji odbirke signala uzima 2D DFT

maskom. Vrijeme rekonstrukcije je malo, a kvalitet rekonstruisane slike zadovoljavajući. Rekonstrukcija slike Algoritmom 2, tj. dijeljenje slike na blokove daje zadovoljavajući kvalitet, ali je vrijeme izvršavanja veliko te nije pogodno za korišćenje u medicini. Najbolji rezultati u pogledu PSNR-a postignuti su Algoritmom 3. Međutim, ovaj algoritam koristi određeni broj NF koeficijenata, pa se podrazumijeva da sa tim koeficijentima raspolažemo, što u većini realnih aplikacija nije slučaj. Eksperimentalni rezultati pokazuju da je, generalno, za medicinske slike moguće uzeti manji set odbiraka nego u slučaju realnih, svakodnevnih slika.

## REFERENCES

- [1] S. Stankovic, I. Orovic, E. Sejdic, *Multimedia Signals and Systems*, Springer-Verlag, New York, 2012.
- [2] R. Baraniuk, "Compressive sensing," *IEEE SP Magazine*, vol. 24, no. 4, 2007, pp. 118-121.
- [3] LJ. Stankovic, S. Stankovic, M. Amin, "Missing Samples Analysis in Signals for Applications to L-estimation and Compressive Sensing," *Signal Processing*, vol. 94, Jan 2014, pp. 401-408, 2013.
- [4] I. Orovic, S. Stankovic, "Improved Higher Order Robust Distributions based on Compressive Sensing Reconstruction," *IET Signal Processing*, 2014.
- [5] E. J. Candes, M. B. Wakin, "An Introduction To Compressive Sampling," *Signal Processing Magazine*, IEEE, vol. 25, no. 2, pp. 21, 30, March 2008.
- [6] I. Orovic, S. Stankovic, T. Thayaparan, "Time-Frequency Based Instantaneous Frequency Estimation of Sparse Signals from an Incomplete Set of Samples," *IET Signal Processing*, Special issue on Compressive Sensing and Robust Transforms, 2014.
- [7] J. Romberg, "Imaging via Compressive Sampling," *Signal Processing Magazine*, IEEE, vol. 25, no. 2, pp. 14, 20, March 2008.
- [8] I. Orovic, S. Stankovic, "Compressive Sampling and Image Watermarking," *55th International Symposium ELMAR 2013*, Zadar, Croatia, Sept. 2013, 2013.
- [9] Lustig M, Donoho D, Pauly JM., "Sparse MRI: The application of compressed sensing for rapid MR imaging," *Magn Reson Med*. 2007 Dec;58(6):1182-95.
- [10] Potter, L.C.; Ertin, E.; Parker, J.T.; Cetin, M., "Sparsity and Compressed Sensing in Radar Imaging," *Proceedings of the IEEE*, vol.98, no.6, pp.1006,1020, June 2010.
- [11] I. Orovic, S. Park, S. Stankovic, "Compressive sensing in Video applications," *21st Telecommunications Forum TELFOR 2013*, Novembar, 2013.
- [12] I. Orovic, A. Draganic, S. Stankovic, "Compressive Sensing as a Watermarking Attack," *21st Telecommunications Forum TELFOR 2013*, Novembar, 2013.
- [13] L. Rudin, S. Osher, E. Fatemi, "Nonlinear total variation based noise removal algorithms", *Physica D*, 60:259-268, 1992.
- [14] Needell, D.; Vershynin, R., "Signal Recovery From Incomplete and Inaccurate Measurements Via Regularized Orthogonal Matching Pursuit," *Selected Topics in Signal Processing*, IEEE Journal of, vol.4, no.2, pp.310,316, April 2010.

